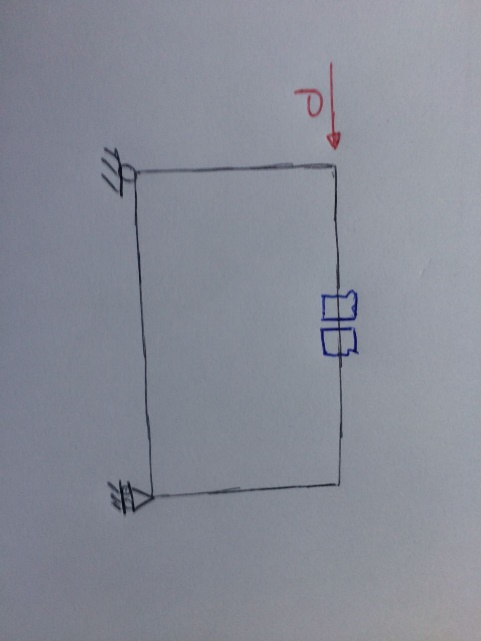
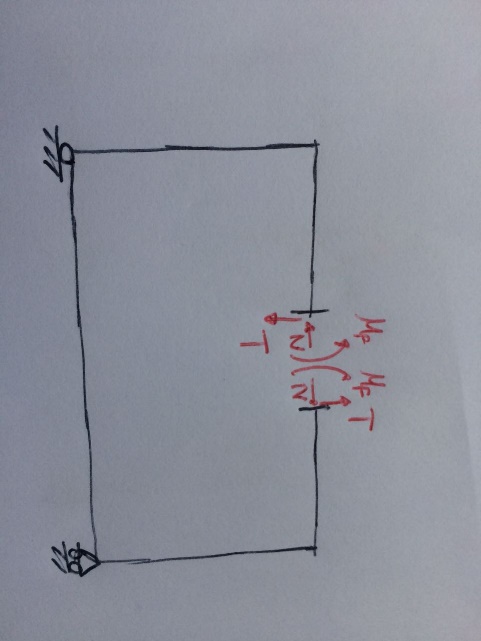
## Introduzione

## In questa lezione si tratterà di alcuni richiami di scienza delle costruzioni, si conscluderà lo studio della maglia triangolare effettuato col MAXIMA andando a calcolare il coefficiente di correzione presente nella formula dell’energia potenziale. Infine verrà impostata la parte iniziale della simulazione FEM della piastra 4 nodi partendo dalla costruzione della geometria della piastra stessa.

## Teorema di Castigliano: richiami

Il teorema di Castigliano permette di risolvere, per vincoli interni, strutture sollecitate da carichi esterni o precaricate internamente.

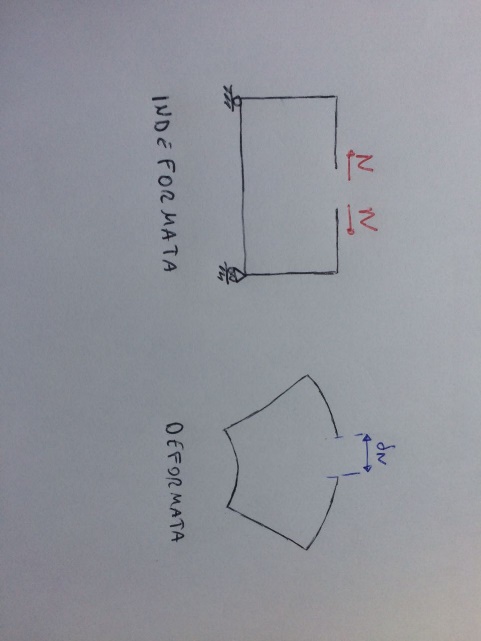
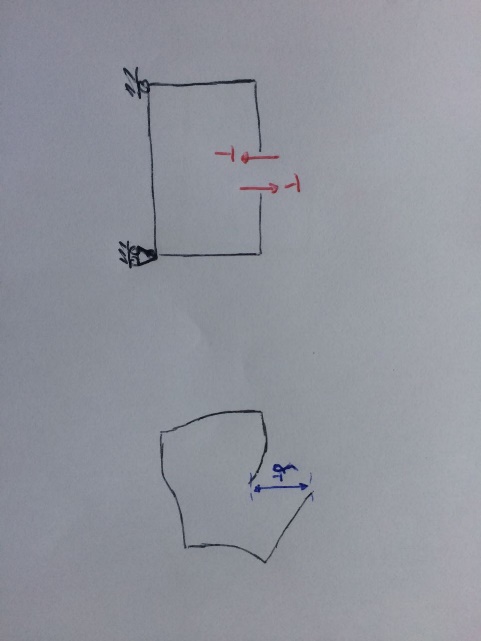
Si consideri, per esempio, una maglia rettangolare a cui viene applicato un carico P arbitrario, come in Figura 1. Tale maglia è appoggiata su una cerniera e un carrello.

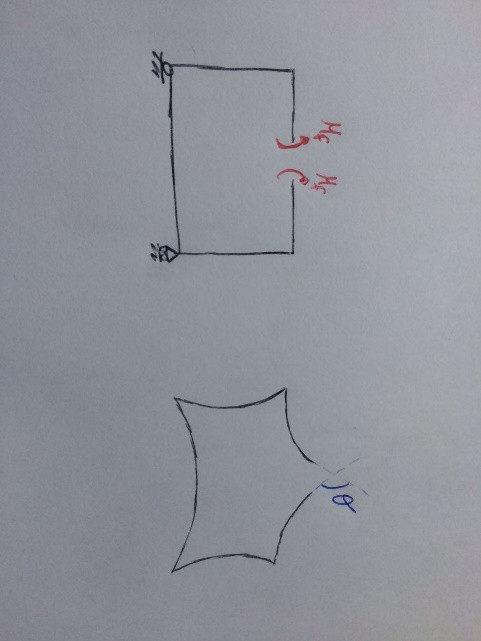
 

*Figura 1: Maglia rettangolare sollecitata da P Figura 2: Struttura tagliata e carichi fittizi*

Si tagli la struttura in un punto generico -vedi Figura 2- ottenendo così una struttura a maglia aperta che viene studiata attraverso considerazioni di equilibrio; si introducano quindi sei carichi fittizi: un taglio T, uno sforzo normale N e un momento flettente Mf, uguali ed opposti, per ognuna delle due sezioni. Questo garantisce che non ci sia compenetrazione e/o allontanamento tra i due tratti di trave.

Poiché valgono le ipotesi di linearità, è possibile utilizzare il principio di sovrapposizione degli effetti. Si confronta la configurazione indeformata con quella deformata indotta dalle singole componenti di sollecitazione (Figura 3).

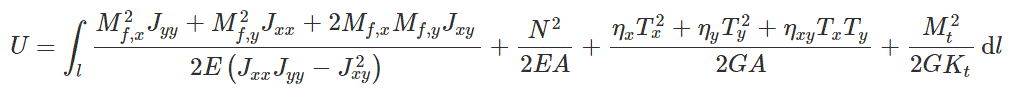


*Figura 3: Configurazioni indeformate e deformate della maglia*

Si prende innanzitutto lo sforzo normale N. Questo provoca un'apertura della maglia pari a δN.

Per il teorema di Castigliano δN risulta pari a:

dove U(P, N, T, Mf) è l'energia potenziale elastica che si ricava dalla formula generale di seguito riportata.



Analogamente si considera lo sforzo di taglio T e si calcola lo spostamente δT della struttura. Questo vale:

Infine, considerando il momento flettente Mf si determina l'angolo θ come:

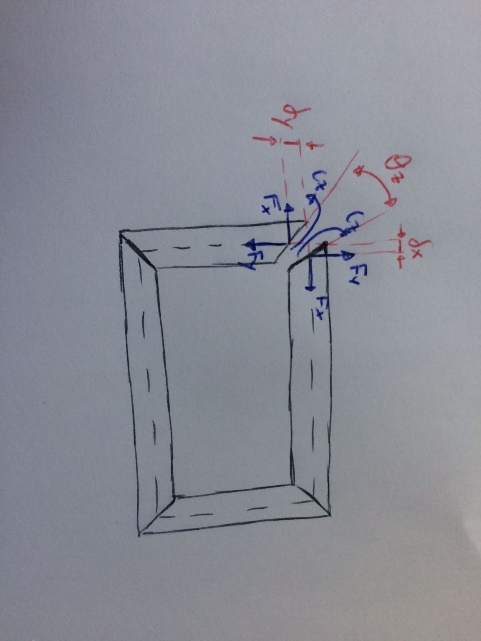
θ rappresenta l'angolo compreso tra le tangenti ai tratti di trave tagliata.

A questo punto, al fine di garantire la continuità del materiale, si impone δN = δT = θ = 0.

## Caso reale precaricato

Si consideri ora un caso in cui spostamenti e rotazioni sono diversi da zero. Si prenda una sezione rettangolare realizzata con tubolari a sezione circolare, tagliati a fetta di salame a 45⁰ in corrispondenza degli angoli. A causa degli errori di manifattura si consideri il taglio con una tolleranza di 2⁰; ci sarà pertanto un gioco tra le travi estremali. Si forzi il contatto con una dima con ganasce e si saldino tra loro le due travi: si ottiene pertanto una struttura precaricata.

Per garantire la continuità si trasmettano, come nel caso precedente, dei carichi esterni fittizi Fx, Fy e Cz, come in Figura 4.



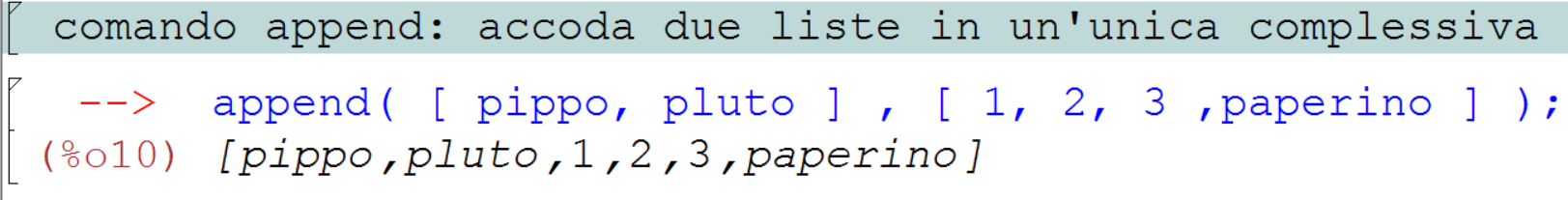
*Figura 4: Caso reale con rotazioni e spostamenti diversi da zero*

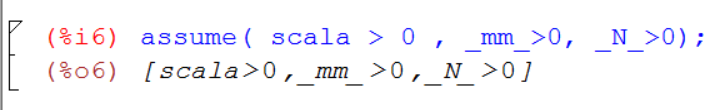
Si applichi nuovamente il teorema di Castigliano e si ricavino i disallineamenti assiali e quello angolare δx, δy e θz., ora diversi da zero. Con delle forchette di tolleranza si valuti quindi il massimo stato di precaricamento.

## Maglia triangolare

Si consideri la maglia triangolare esaminata durante la lezione precedente e si analizzi la differenza tra il caso iperstatico iniziale ed il caso isostatico ottenuto introducendo delle cerniere fittizie.

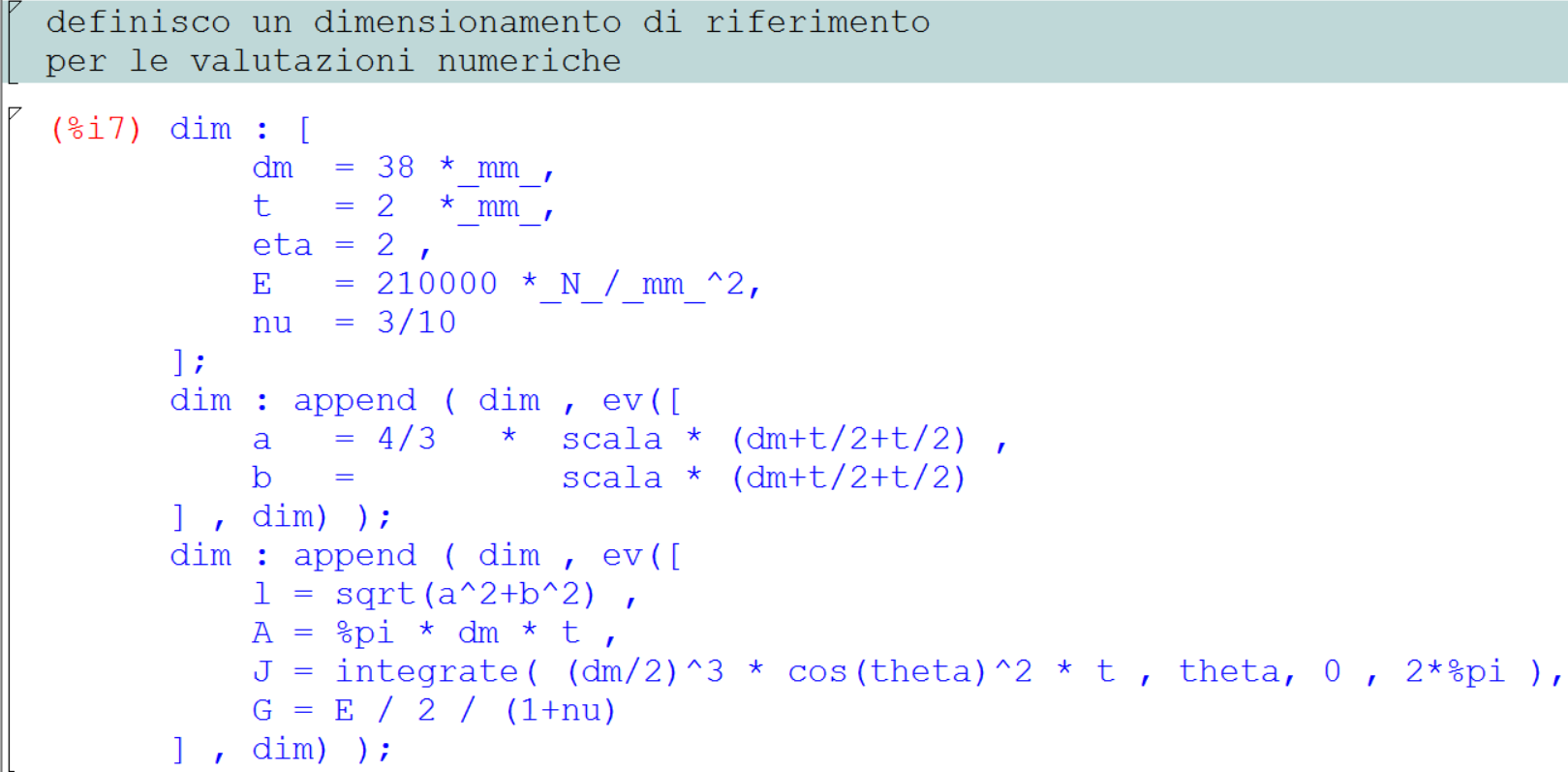
Si utilizza il comando ***append*** per accodare due liste e il commando ***assume*** per definire la natura postitiva o negativa di alcune grandezze:





Si attribuiscano dei valori numerici alle grandezze già introdotte e si proceda con il calcolo del momento d’inerzia della sezione circolare cava.

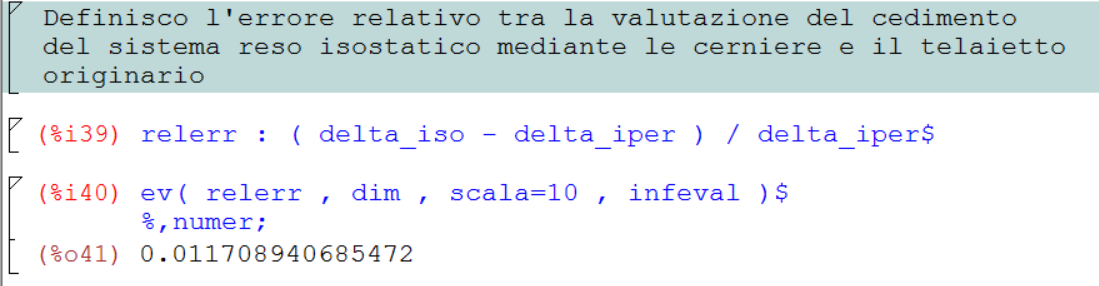
Tale formula è valida nell’ipotesi di spessore sottile (s << rm) e considerando che η dipende da θ secondo la formula:



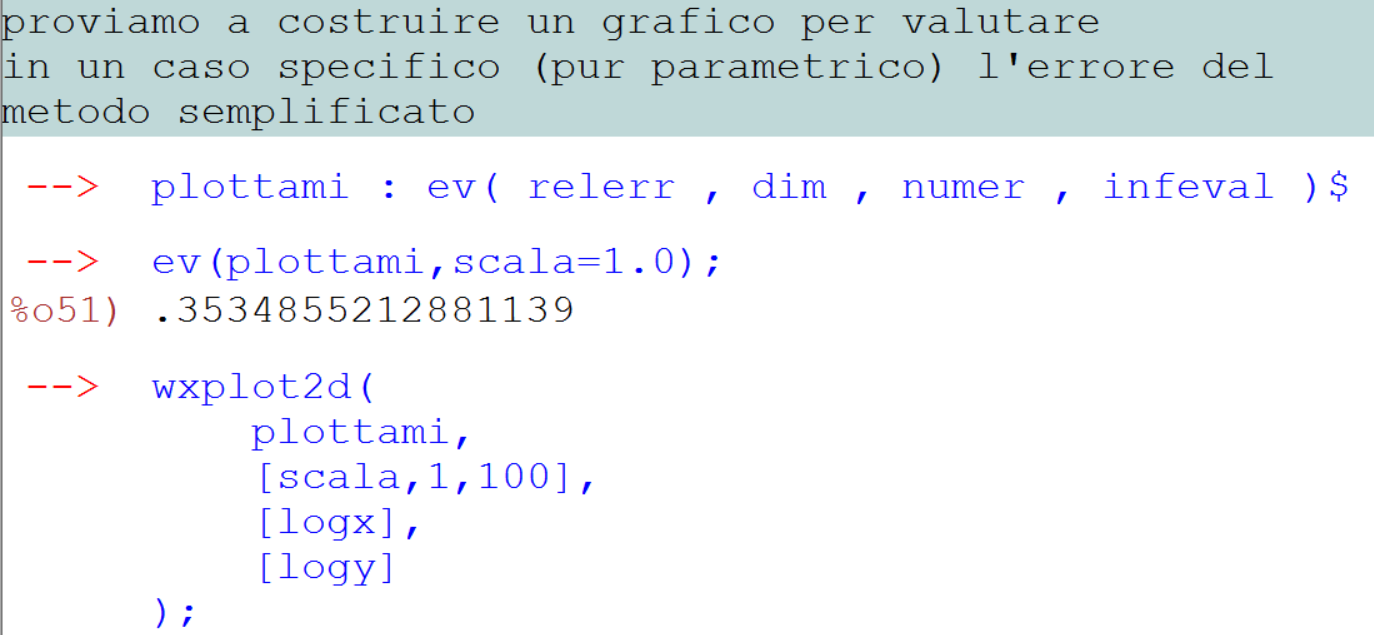


Così facendo si calcoli l’errore relativo tra caso reale iperstatico e caso semplificato isostatico, come

erel= (δiper-δiso)/δiper, dove δiper e δiso sono gli spostamenti valutati nei due casi. Si ottiene così un errore relativo del 2%, legato alla maggiore cedevolezza delle cerniere.



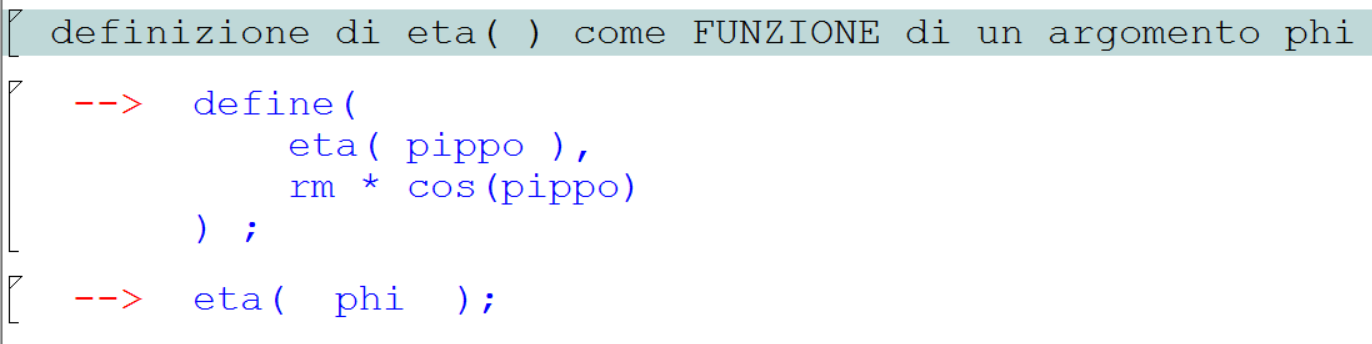
Si è ora in grado di creare un grafico che mostra la variazione di errore relativo in funzione dell’incremento di spessore ***t*** della parete. Si introduce, tra i comandi, un parametro ***scala***; inoltre si crea un grafico logaritmico utilizzando la sintassi ***[logx], [logy]***.



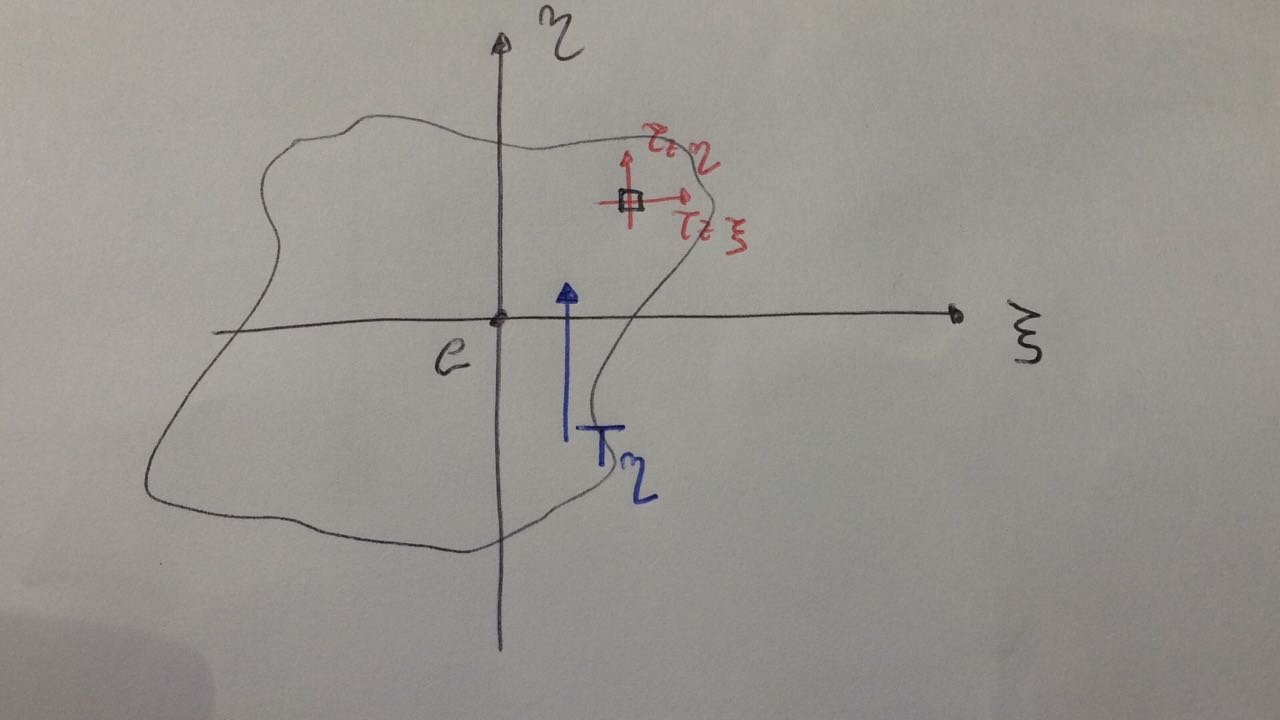
## Calcolo del coefficiente correttivo

Per il calcolo dell’energia potenziale elastica U della maglia triangolare è stato necessario attribuire un valore numerico al coefficiente correttivo α legato al taglio (si è preso α=2 per sezioni circolari sottili); si ricavi tale valore come rapporto tra il contributo energetico esatto e il contributo energetico nominale.

Nel maxima si introduce la sintassi per definire una grandezza in funzione di un dato parametro. Si utilizza il comando ***define***. Qui di seguito viene riportato un esempio:



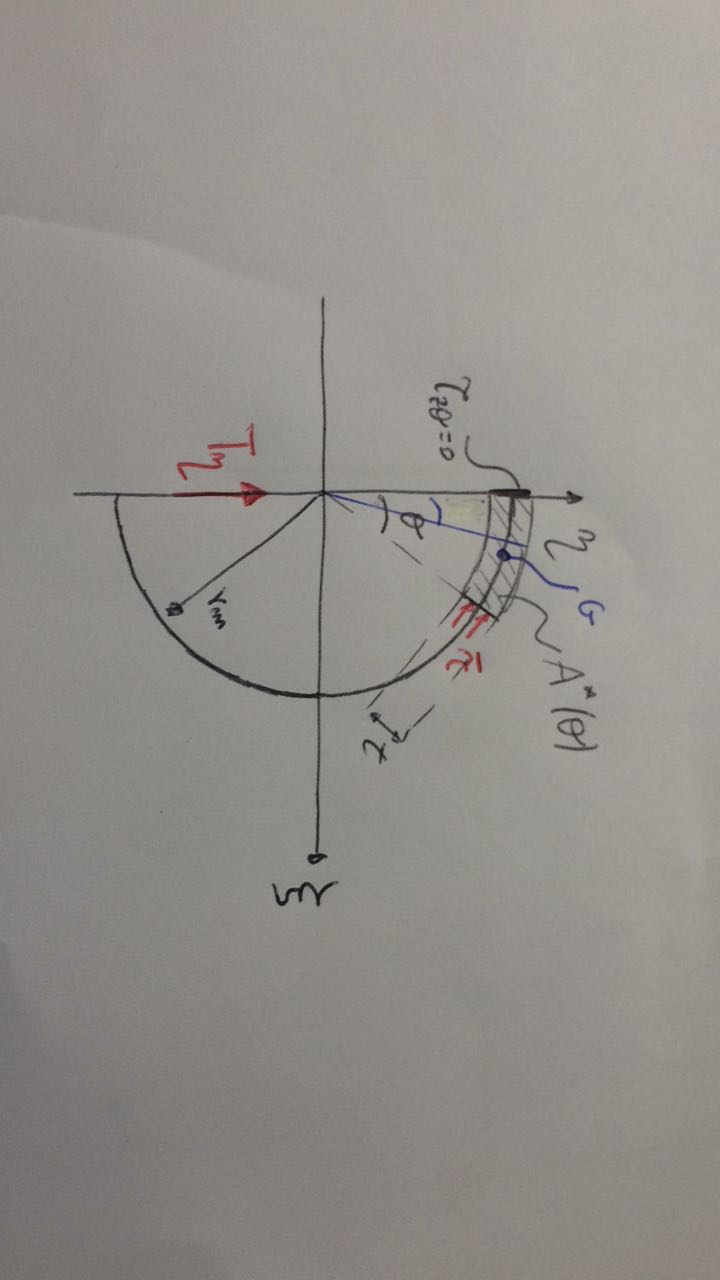
Si consideri una generica sezione sulla quale è applicato un taglio Tη (quindi con Tξ=0); sul generico elementino agiranno le tensioni τzξ e τzη (vedi Figura 5).



*Figura 5: Applicazione del taglio e sforzi agenti sul generico elementino*

L’energia potenziale esatta sarà pari a:

È quindi possibile calcolare l’energia potenziale elastica andando a valutare numericamente ; per fare ciò applichiamo la formula di Jourawski a una sezione circolare cava (identica al caso simulato); si considera metà sezione, essendo quest’ultima simmetrica (vedi Figura 6). L’energia potenziale determinata dovrà quindi essere moltiplicata per 2.



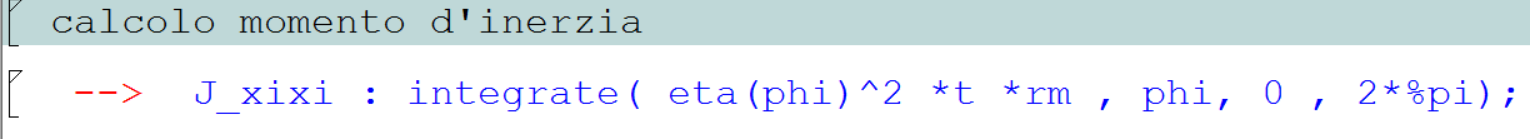
*Figura 6: Metà della sezione cava in parete sottile alla quale applico Jourawski*

Si applichi la formula di Jourawski per determinare :

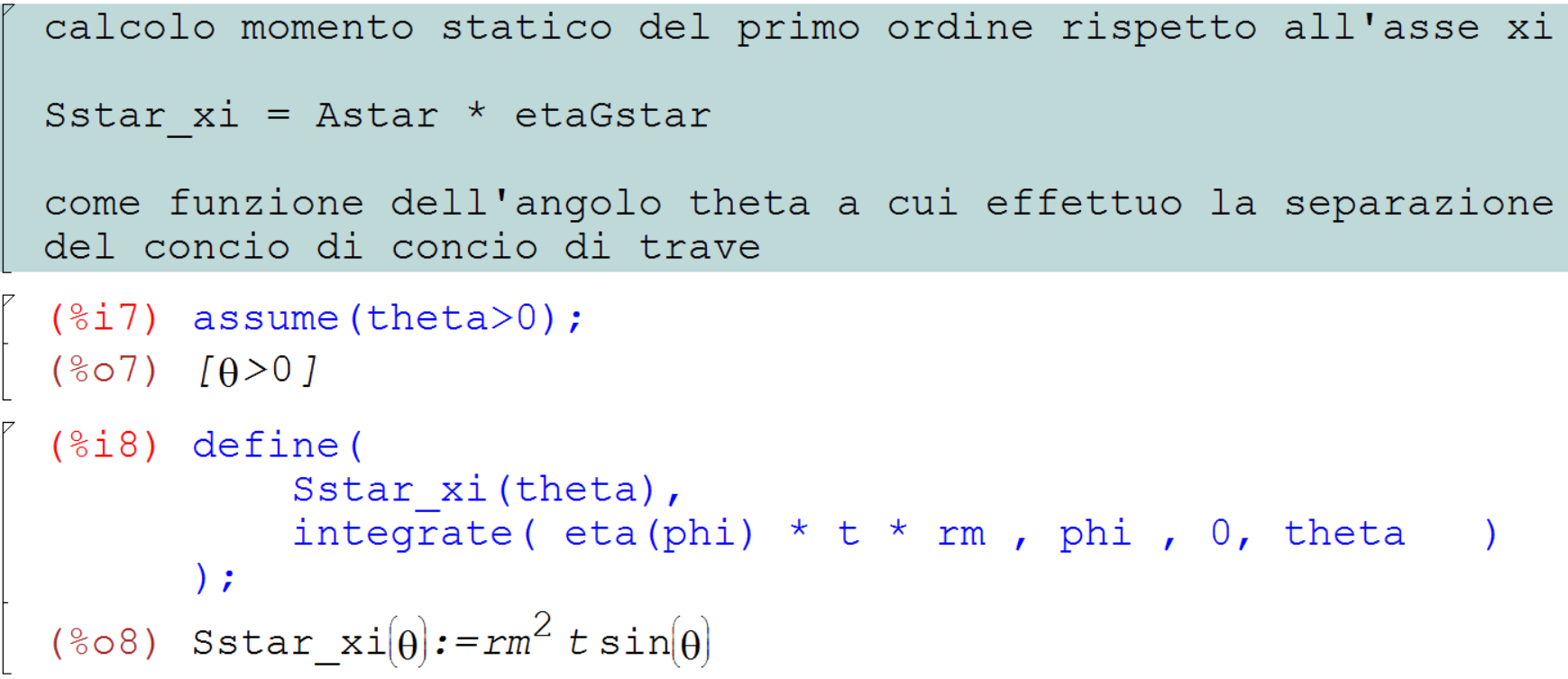
dove si valutano l’area, il momento d’inerzia e il momento statico =A\*\*



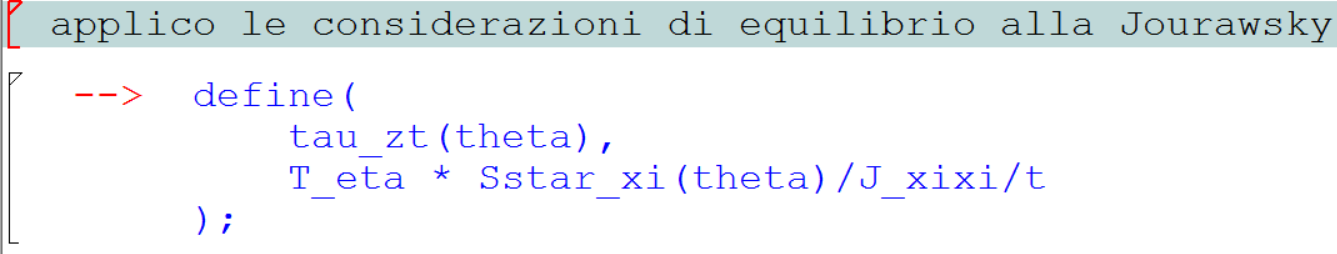
Per quanto riguarda il momento d’inerzia :



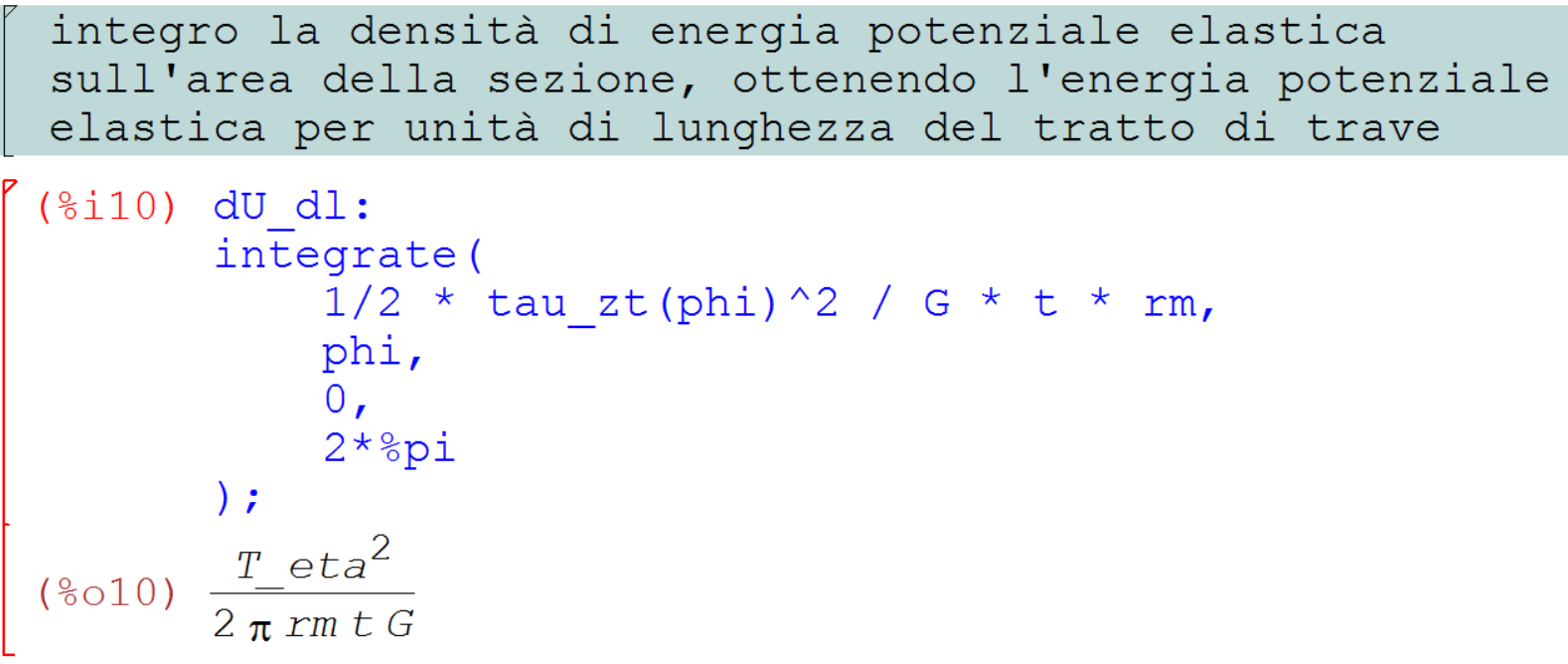
Infine per il momento statico:

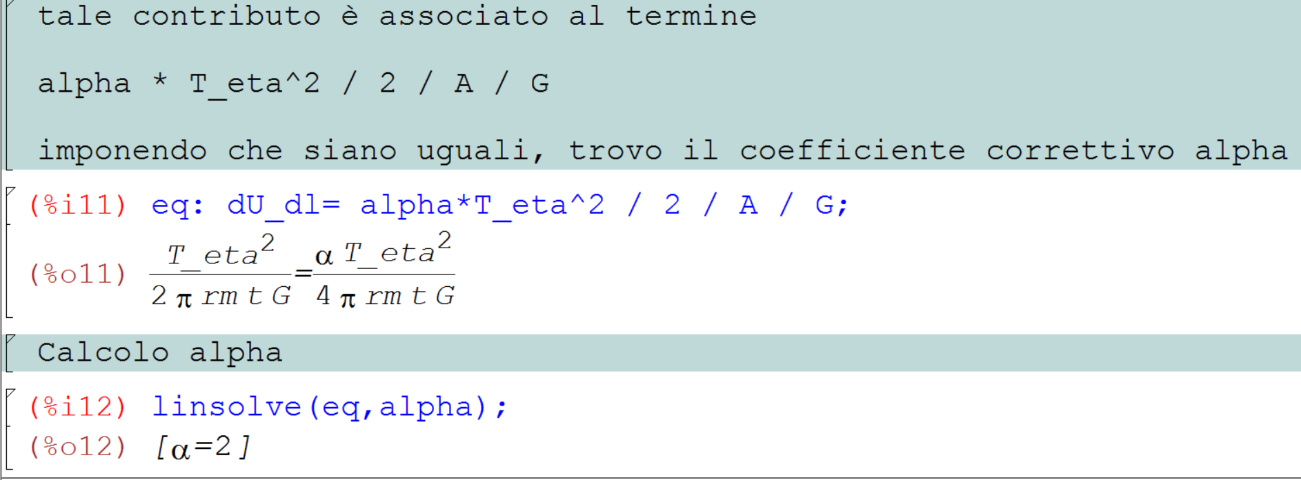


Col MAXIMA si può adesso scrivere la formula di Jourawski:



Integrando il risultato ottenuto e imponendolo uguale all’energia potenziale nominale si ricava il valore del coefficiente correttivo.

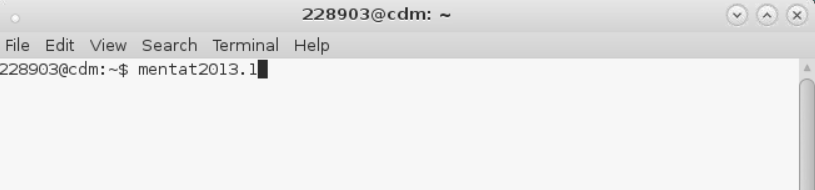
****



## Primi passi col FEM

Apro il terminale e inserisco la seguente riga di codice:

*mentat2013.1*

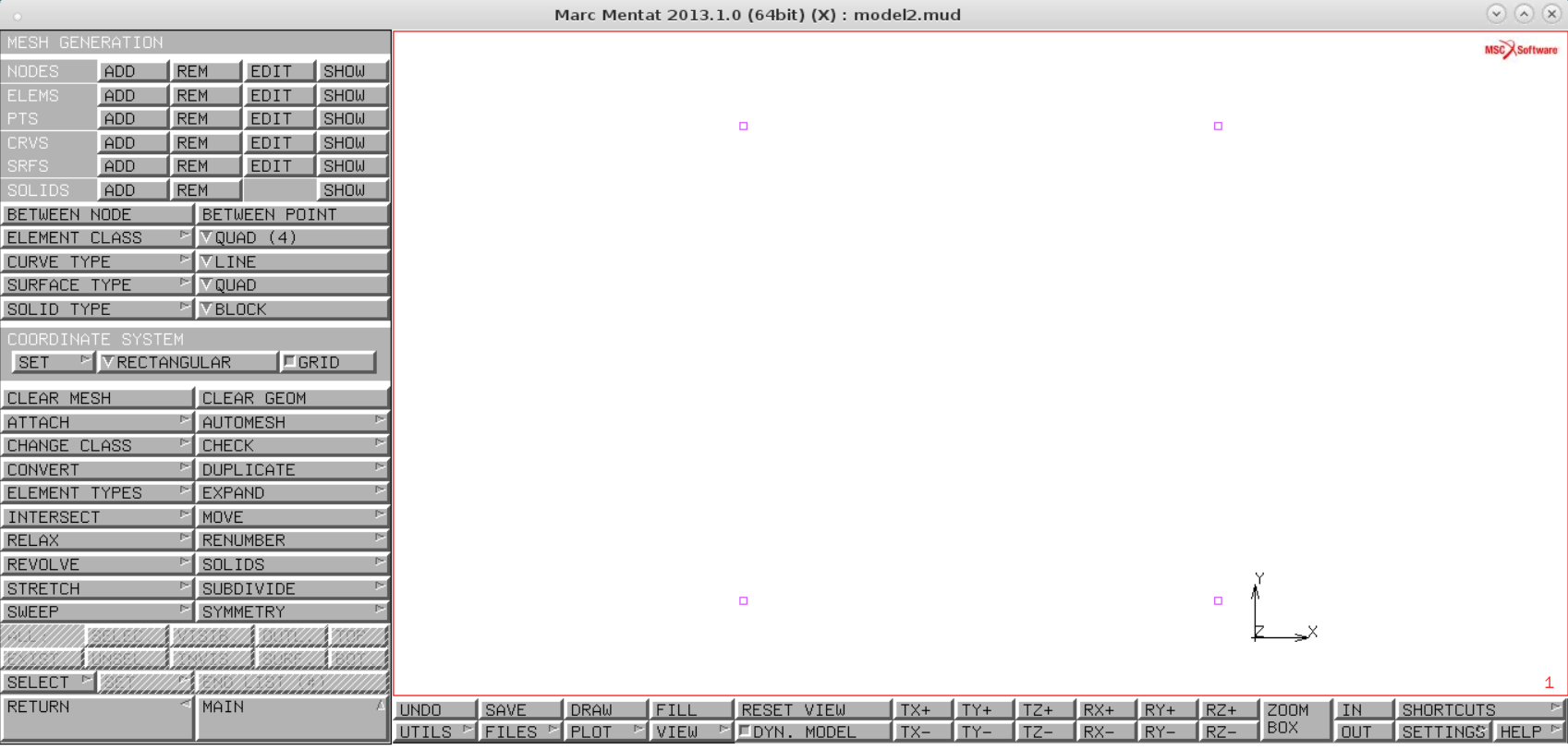


Il software FEM Marc Mentat viene dunque avviato.

## Creazione della Mesh

Si vuole costruire un elemento piastra formato da 4 nodi. Si inseriscono dunque nel Mentat le coordinate dei nodi.

Mesh generation → Nodes → add: (-1;-1;0), (1;-1;0), (1;1;0), (-1;1;0)



Si costruisce adesso la geometria in parete sottile. Controllo che su “*Element class*” sia attivo “*Quad(4)*”

Mesh generation → elements → add: seleziono i nodi in senso antiorario per avere circuitazione positiva



Questo rappresenta il piano medio di un corpo in parete sottile al quale, successivamente, verrà associato uno spessore pari ad 1 mm.

# Appendici

## Lista dei simboli

|  |  |
| --- | --- |
|  | Carico generico appicato alla struttura |
|  | Sforzo normale, taglio e momento flettente applicati alla struttura |
|  | Energia potenziale associata alla struttura considerata |
| , | Spostamenti e rotazioni della struttura dovuti all’applicazione di |
|  | Momento statico |
|  | Momento d’inerzia |
|  | Energia potenziale |
|  | Modulo di taglio |
|  | Sforzo tangenziale |

## Riferimenti

Per i file completi in maxima si guardi:

[maglia\_triangolare\_v004b.wxmx](https://cdm.ing.unimo.it/dokuwiki/_media/wikitelaio2017/maglia_triangolare_v004b.wxmx)

[valutazione\_coeff\_taglio\_energia\_trave\_v000b.wxmx](https://cdm.ing.unimo.it/dokuwiki/_media/wikitelaio2017/valutazione_coeff_taglio_energia_trave_v000b.wxmx)

Per la simulazione FEM invece si faccia riferimento a:

[monoelem\_piastra\_v000b.mfd](https://cdm.ing.unimo.it/dokuwiki/_media/wikitelaio2017/monoelem_piastra_v000b.mfd)

## Autori e carico orario

Ore dedicate alla stesura/revisione degli appunti di questa lezione[[1]](#footnote-1).

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **Autore/Revisore** | **Prima stesura** | **Revisione** | **Seconda stesura** | **Totale** |
| Adamo Mango | 7 |  |  |  |
| Francesco Mariotti | 7 |  |  |  |
| Mattia Olcuire | 7 |  |  |  |
| Revisore 1 |  |  |  |  |
| Revisore 2 |  |  |  |  |
| Revisore 3 |  |  |  |  |
| **Totale** |  |  |  |  |

1. La sezione relativa ai revisori è da compilarsi a cura del curatore. [↑](#footnote-ref-1)