

## Esame di Fondamenti di Costruzione di Macchine: 12 settembre 2025.

<b>Cognome</b>	
<b>Nome</b>	
<b>Matricola</b>	

Si riportino, nella tabella fornita, i risultati normalizzati  $\{r_{##}\}$  indicati nel seguito, con precisione di **quattro cifre significative esatte, non si riportino frazioni così da aiutare i docenti nella correzione dell'esame**. Se le risposte richieste fossero più di 48, aggiungere i campi necessari direttamente a mano nella tabella fornita.

I valori dei parametri binari  $i, j, k$  sono definiti sulla base delle ultime tre cifre del numero di matricola del candidato, in particolare:

- $i=0$  se il terzultimo numero è pari,  $i=1$  se è dispari;
- $j=0$  se il penultimo numero è pari,  $j=1$  se è dispari;
- $k=0$  se l'ultimo numero è pari,  $k=1$  se è dispari.

Ad esempio, alla matricola 235706 sono associati  $i=1, j=0$  e  $k=0$ .

Il numero zero è da considerarsi pari.

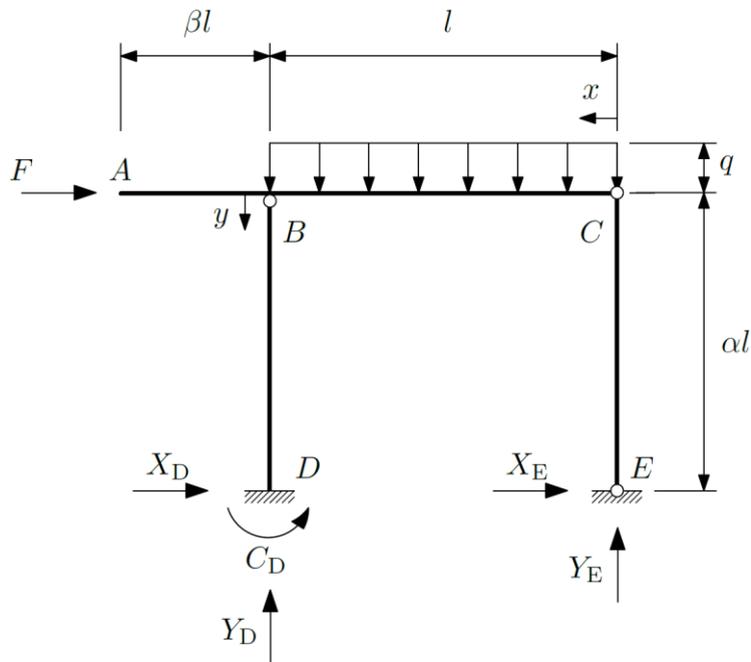
Si considerino questi parametri per lo svolgimento degli esercizi:

$$\alpha = \frac{1+i}{4+k}$$

$$\beta = \frac{3-k+j}{5-k}$$

$$\lambda = 2 + 2i + j$$

## Esercizio 1



Considerare la struttura in figura, composta da travi di rigidezza flessionale  $EJ$  e caricata da un carico distribuito uniforme di entità  $q$  sul tratto  $CB$  e da una forza orizzontale  $F$  al punto  $A$ . Calcolare le reazioni vincolari dovute al solo carico distribuito  $q$

$$X_{D,q} = ql \{r01\}, Y_{D,q} = ql \{r02\}, C_{D,q} = ql \cdot \{r03\},$$

$$X_{E,q} = ql \{r04\}, Y_{E,q} = ql \{r05\},$$

Esprimere quindi, considerando il solo contributo del carico distribuito  $q$ , il momento flettente sui tratti  $CB$  e  $BD$

$$M_{f,CB,q} = q \cdot (\{r06\} \cdot x^2 + \{r07\} \cdot x \cdot l + \{r08\} \cdot l^2)$$

$$M_{f,BD,q} = q \cdot (\{r09\} \cdot y^2 + \{r10\} \cdot y \cdot l + \{r11\} \cdot l^2)$$

Calcolare le reazioni vincolari dovute alla sola forza concentrata  $F$

$$X_{D,F} = F \cdot \{r12\}, Y_{D,F} = F \cdot \{r13\}, C_{D,F} = Fl \{r14\},$$

$$X_{E,F} = F \cdot \{r15\}, Y_{E,F} = F \cdot \{r16\}.$$

Esprimere quindi, considerando il solo contributo della forza concentrata  $F$ , il momento flettente sui tratti  $CB$  e  $BD$

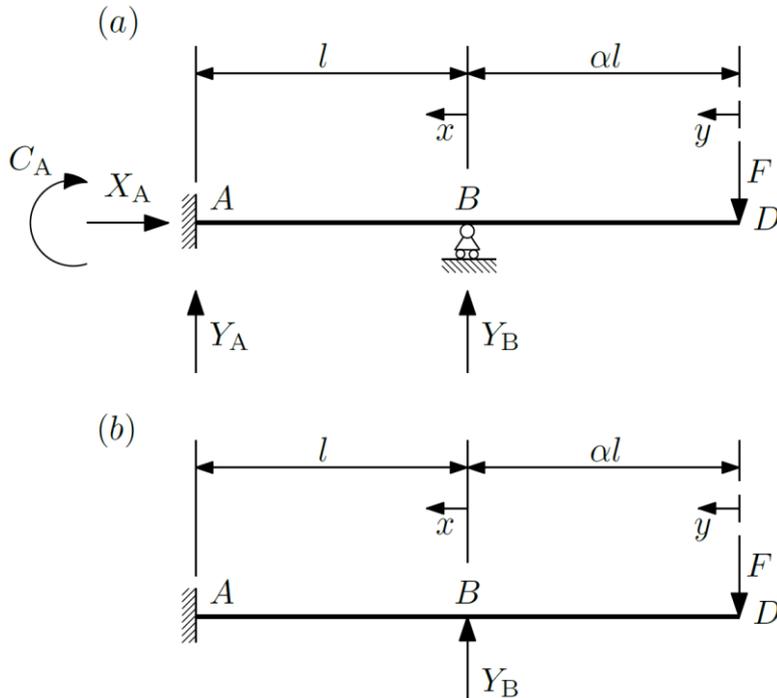
$$M_{f,CB,F} = F \cdot (\{r17\} \cdot x + \{r18\} \cdot l)$$

$$M_{f,BD,F} = F \cdot (\{r19\} \cdot y + \{r20\} \cdot l)$$

**definito positivo per convenzione se porta in trazione le fibre inferiori del tratto orizzontale  $CB$  o se porta in trazione le fibre al fianco sinistro del tratto verticale  $BD$ .**

[L'esercizio vale 8 punti totali. r01-r11: 4 punti; r12-r20: 4 punti]

## Esercizio 2



Si risolva la struttura staticamente indeterminata in figura (a) mediante il **teorema di Castigliano**. Si tratta di una singola trave di rigidezza flessione  $EJ$  e caricata al punto D da un carico concentrato  $F$ . Si seguano i passaggi seguenti per aiutarsi nella risoluzione dell'esercizio. Si parta dalla determinazione della reazione vincolare  $Y_B$ . Si consideri quindi la struttura principale di figura (b). **Si assumano positivi per convenzione i momenti flettenti che tendono le fibre superiori della struttura.**

Si consideri la struttura principale di figura (b), soggetta al solo carico concentrato  $F$ ; riportare l'espressione del momento flettente indotto sui tratti:

$$\text{tratto BA: } M_{ff,BA} = F \cdot (\{r21\} \cdot x + \{r22\} \cdot \ell)$$

$$\text{tratto DB: } M_{ff,DB} = F \cdot (\{r23\} \cdot y + \{r24\} \cdot \ell)$$

Si consideri la struttura principale di figura (b), soggetta ora alla sola reazione iperstatica  $Y_B$ ; riportare l'espressione del momento flettente da questa indotto sui tratti:

$$\text{tratto BA: } M_{fy,BA} = Y_B \cdot (\{r25\} \cdot x + \{r26\} \cdot \ell)$$

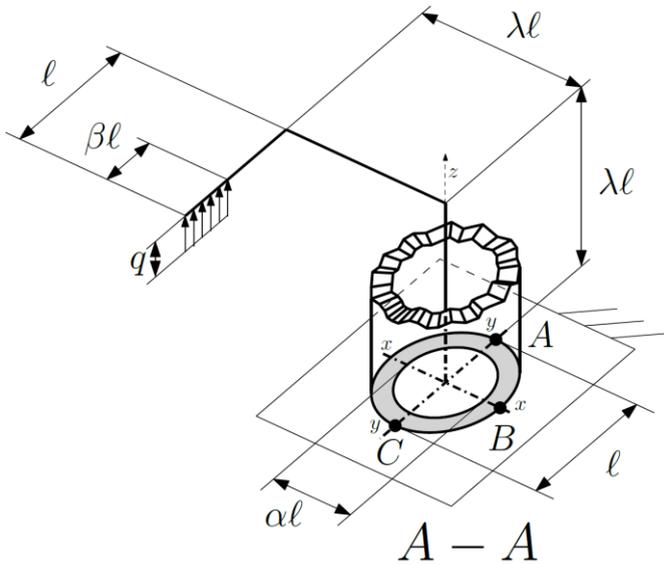
$$\text{tratto DB: } M_{fy,DB} = Y_B \cdot (\{r27\} \cdot y + \{r28\} \cdot \ell)$$

Utilizzare infine il teorema di Castigliano per risolvere la struttura staticamente indeterminata di figura (a), e riportare il valore della reazione vincolare  $Y_B = F \cdot \{r29\}$ .

Si determinino, infine, le altre reazioni vincolari della struttura di figura (a):

$$X_A = \{r30\} \cdot F; \quad Y_A = \{r31\} \cdot F; \quad C_A = \{r32\} \cdot F \cdot \ell$$

### Esercizio 3



Si consideri la struttura trabeiforme in figura, incastrata alla base e caricata da un carico distribuito  $q$  in direzione  $z$  e costituita da un profilato a sezione circolare cava di diametro esterno  $\ell$  e diametro interno  $\alpha\ell$ .

Calcolare il modulo di resistenza a flessione della sezione della trave rispetto agli assi  $xx$  e  $yy$

$$W_{xx}=W_{yy}=\{r33\} \cdot \ell^3$$

Calcolare (**con segno**) le tensioni indotte dal momento flettente ai punti A, B e C della sezione A-A,

$$\sigma_{fA\_AA}=\{r34\} \cdot q/\ell; \quad \sigma_{fB\_AA}=\{r35\} \cdot q/\ell;$$

$$\sigma_{fC\_AA}=\{r36\} \cdot q/\ell$$

Calcolare (**con segno**) le tensioni indotte dallo sforzo normale ai punti A, B e C della sezione A-A,

$$\sigma_{NA\_AA}=\{r37\} \cdot q/\ell; \quad \sigma_{NB\_AA}=\{r38\} \cdot q/\ell;$$

$$\sigma_{NC\_AA}=\{r39\} \cdot q/\ell$$

Calcolare (**in modulo**) le tensioni indotte dal momento torcente ai punti A, B e C della sezione A - A,

$$\tau_{MtA\_AA}=\{r40\} \cdot q/\ell; \quad \tau_{MtB\_AA}=\{r41\} \cdot q/\ell;$$

$$\tau_{MtC\_AA}=\{r42\} \cdot q/\ell$$

Calcolare infine le tensioni principali (**con segno**) ai punti B e C della sola sezione A - A.

$$\sigma_{1B\_AA}=\{r43\} \cdot q/\ell; \quad \sigma_{2B\_AA}=\{r44\} \cdot q/\ell$$

$$\sigma_{1C\_AA}=\{r45\} \cdot q/\ell; \quad \sigma_{2C\_AA}=\{r46\} \cdot q/\ell$$

Si chiede di scrivere  $\sigma_1$  e  $\sigma_2$  in ordine in modo da ottenere  $\sigma_1 > \sigma_2$ .

[L'esercizio vale 8 punti totali. r33: 0.8 punti; r34-r42: 4.8 punti; r43-r46: 2.4 punti]