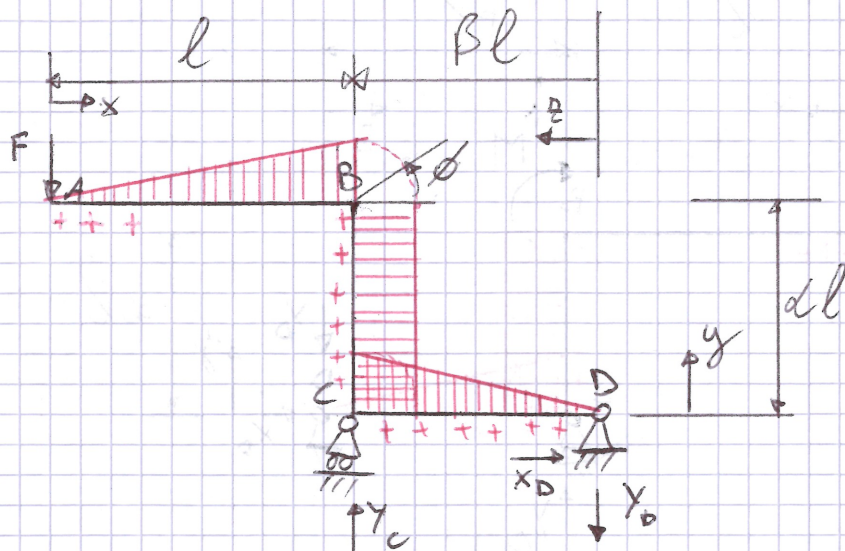


Esercizio 2.20.

Considero la struttura staticamente determinata:



Prima di tutto considero solo F e trovo le reazioni vincolari.
Le disegno con il verso che io suppongo possa essere quello positivo.
Se mi sarà sbagliato, troverò valori negativi.

$$+ \rightarrow X_D = 0$$

$$+ \uparrow -F + Y_C - Y_D = 0 \rightarrow Y_C = F \left(1 + \frac{1}{\beta} \right)$$

$$+ \circlearrowleft -Y_D \cdot \beta l + F \cdot l = 0 \rightarrow Y_D = \frac{F}{\beta}$$

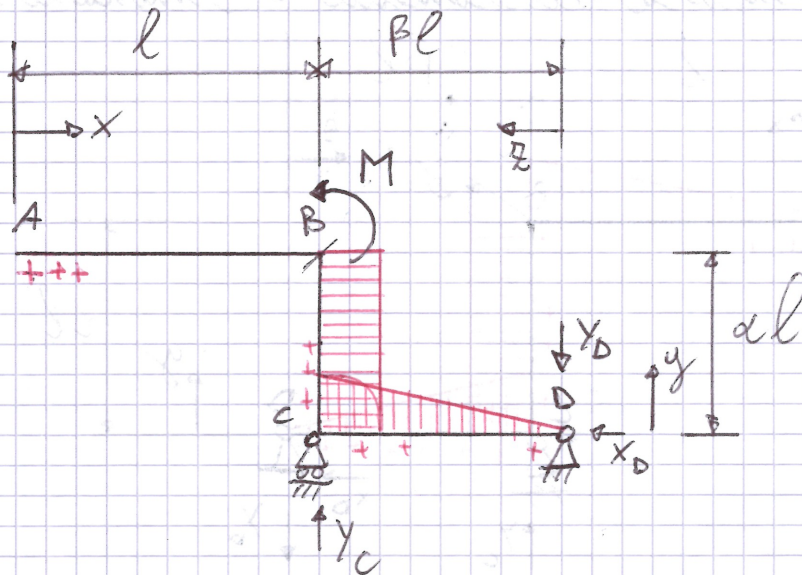
Ora trovo gli M_f .

$$M_f(x)_F = -F \cdot x$$

$$M_f(\alpha x)_F = -F \cdot l$$

$$M_f(z) = -\frac{F}{\beta} \cdot z$$

Considera ora la stessa struttura, ma caricata dalla forza ausiliaria M .



Disegno le reazioni vincolari a caso (ora cerco cerco di intuirne i versi positivi).

Calcolo le reazioni con le eq. di equilibrio.

$$\rightarrow^+ \} X_D = 0$$

$$\uparrow^+ \} Y_C - Y_D = 0 \quad \textcircled{a} \quad Y_C = \frac{M}{pl}$$

$$\curvearrowleft^+ \} M - Y_D \cdot pl = 0 \quad \textcircled{b} \quad Y_D = \frac{M}{pl}$$

Calcolo i momenti flettenti.

$$M_f(x)_M = 0$$

$$M_f(y)_M = -M$$

$$M_f(z)_M = -\frac{M}{pl} \cdot z$$

Passo ora al calcolo dell'angolo ϕ con Castigliano.

$$U = \frac{1}{2EJ} \left[\int_0^l (-F_x)^2 dx + \int_0^{\alpha l} (-F \cdot l - M)^2 dy + \int_0^{\frac{Bl}{B}} \left(-\frac{F}{B} \cdot z - \frac{M}{Bl} \cdot z \right)^2 dz = \right.$$

$$= \frac{1}{2EJ} \left[F^2 \frac{l^3}{3} + F^2 \cdot l^3 \cdot \alpha + M^2 \cdot \alpha l + 2FMl^2 \alpha + \frac{F^2}{B^2} \cdot \frac{B^3 l^3}{3} + \frac{M^2}{B^2 l^2} \cdot \frac{B^3 l^3}{3} + \dots \right.$$

$$\left. \dots + 2 \frac{FM}{B^2 l} \cdot \frac{B^3 l^3}{3} \right]$$

$$\frac{\partial U}{\partial M} \Big|_{M=0} = \phi = \frac{1}{2EJ} \cdot \left[0 + 0 + 2 \cancel{M} \alpha l + 2F \cdot l^2 \alpha + 0 + \frac{2M}{B^2 l} \cdot \frac{B^3 l^3}{3} + \frac{2F}{B^2 l} \cdot \frac{B^3 l^3}{3} \right]$$

$$\phi = \frac{1}{2EJ} \cdot \left(2Fl^2 \alpha + \frac{2F}{B^2 l} \cdot \frac{B^3 l^3}{3} \right) = \frac{F}{EJ} \cdot l^2 \cdot \left(\alpha + \frac{B}{3} \right)$$