

## TENSIONI DI CONTATTO IN CALETTAMENTI FORZATI ALBERO-MOZZO A SPIGOLO ARROTONDATO SOGGETTI A MOMENTO FLETTENTE: CASO DI ASSENZA DI ATTRITO.

E. Bertocchi<sup>a</sup>, S. Mantovani<sup>a</sup>, A. Strozzi<sup>a</sup>

<sup>a</sup>Università degli Studi di Modena e Reggio Emilia - Dipartimento di Ingegneria Enzo Ferrari, Viale P. Vivarelli 10, 41125 Modena, Italy, e-mail: ebertocchi@unimore.it

### Sommario

Si considera un calettamento albero-mozzo con spigolo arrotondato, sollecitato dall'interferenza di montaggio e da un momento flettente puro applicato all'albero. Si tratta in via preliminare il caso di assenza di attrito. La non linearità del contatto progressivo è trattata mediante scalatura di una soluzione di carattere locale per confronto con un problema ausiliario di meccanica della frattura. Tale problema ausiliario risulta lineare con carico e interferenza e viene risolto numericamente per i carichi di a) pura interferenza e b) puro momento flettente applicato all'albero; i fattori di intensificazione degli sforzi  $K_I$  relativi a questi due carichi risulteranno componibili in un coefficiente cumulativo. Si introduce inoltre una stima della deformazione circonferenziale. Si propongono formule progettuali per le tensioni di contatto, applicabili a geometrie diversificate per diametri, lunghezze di accoppiamento e raggi di raccordo, insieme ad un'analisi dell'errore e ad una predizione della condizione di incipiente distacco.

### Abstract

The elastic stress concentrations are addressed that are developed from the keyless frictionless press fit of a shaft subjected to bending into a hub with bore rounded edges. The non-linearity of this progressive contact is dealt with by scaling the solution of a local domain, and by comparing it with an auxiliary problem extracted from fracture mechanics; being linear with both the bending couple and the interference, this problem is solved considering separately two loadcases, i.e. a) the interference alone and, b) the bending couple alone; the corresponding stress intensity factors  $K_I$  are combined into a single cumulative coefficient. In addition, the hoop strain is forecast. Design formulae for the contact stress are proposed, that account for various geometrical parameters, such as the outer to inner hub radii ratio, the radius of the hub bore fillet, and the contact length. Finally, the error analysis on the stress concentration is presented together with a prediction of the bending couple initiating the shaft-hub detachment.

**Parole Chiave:** collegamento albero-mozzo, contatto progressivo, interferenza, coppia flettente.

### 1. INTRODUZIONE

Si considera il calettamento albero-mozzo con spigolo arrotondato di Fig. 1, sollecitato dall'interferenza diametrale di montaggio  $I$  e da un momento flettente puro  $C$  applicato all'albero.

Il mozzo ha raggio interno  $r_i$ , raggio esterno  $r_o$  ed estensione assiale  $l$ ; l'albero è supposto pieno con raggio nominale  $r_i$ . I corpi sono costituiti da un comune materiale elastico lineare caratterizzato da modulo di Young  $E$  e coefficiente di Poisson  $\nu$  supposto pari a 0.3 ove rilevante nel presente contributo. Si tratta in via preliminare il caso di assenza di attrito, rimandando a lavori successivi l'analisi della più complessa condizione di contatto in presenza di attrito.

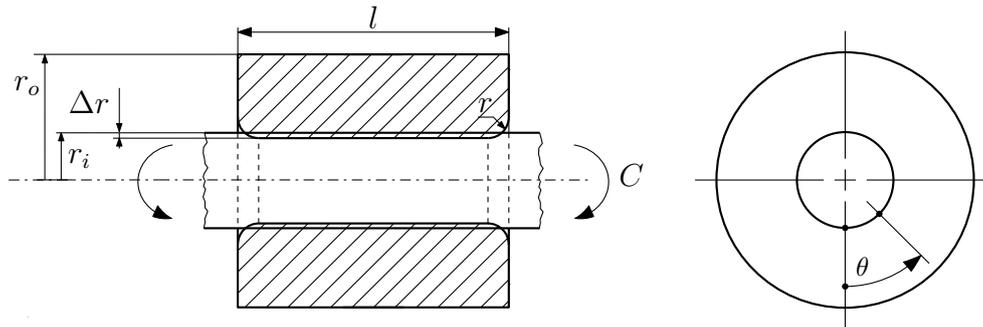


Figura 1. Quote dimensionali caratteristiche per il collegamento albero-mozzo in esame

## 2. PROCEDURA DI CALCOLO

Le due sollecitazioni considerate sono quantificate rispettivamente dalla pressione di forzamento nominale  $p_f$  calcolata secondo Lamé e dalla tensione flessionale  $\sigma_f$  calcolata sul tratto libero dell'albero, definite dalle usuali formule

$$p_f = \frac{E\Delta r}{2r_i} \left(1 - \frac{r_i^2}{r_e^2}\right); \quad \sigma_f = \frac{4C}{\pi r_i^3} \quad (1)$$

La natura arrotondata dello spigolo di contatto induce una progressione  $d$  dell'area di contatto al crescere del valore di interferenza, e limita la pressione di contatto massima ad un valore finito  $p_{\max}$ , come da Fig. 2. La pressione si annulla agli estremi dell'area in contatto, in continuità con la condizione di bordo libero nelle aree in separazione.

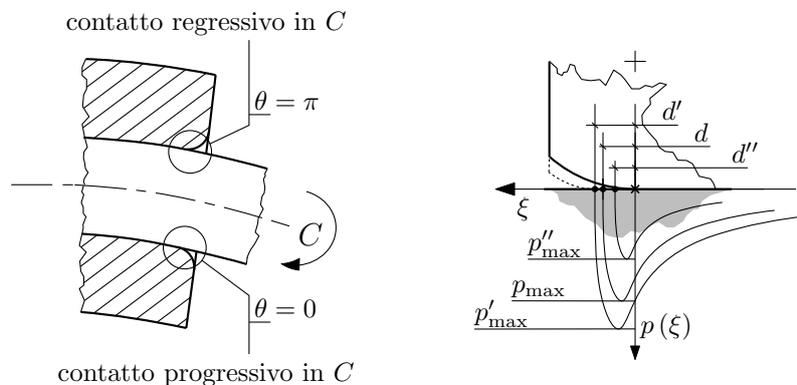


Figura 2. Natura progressiva e regressiva del contatto al variare della coppia flettente applicata in punti angularmente opposti dello spigolo arrotondato

L'applicazione successiva di una coppia flettente induce su sezioni circolari diametralmente opposte una ulteriore progressione a  $d'$ , ovvero una regressione a  $d''$ , dell'area di contatto. In corrispondenza delle fibre assialmente compresse dell'albero il valore di picco della pressione di contatto incrementa rispetto al caso di sola interferenza, e coerentemente decrementa in corrispondenza delle fibre tese, raggiungendo i valori estremali  $p'_{\max}$  e  $p''_{\max}$ .

La non linearità associata al contatto progressivo è trattata attraverso la formulazione proposta per il caso di deformazione piana in [1], basata sulla scalatura di soluzioni di carattere locale.

Tale scalatura viene qui effettuata per confronto con il problema ausiliario di meccanica della frattura di Fig. 3b, ove un vincolo bilatero è imposto sull'area in contatto conforme; tale vincolo si interrompe assialmente in corrispondenza dello spigolo arrotondato, che viene viceversa descritto in forma di una superficie di frattura a libera compenetrazione.

Un confronto diretto tra i comportamenti asintotici di una soluzione locale in deformazione piana e del problema ausiliario tridimensionale è possibile in base ai risultati di [2], ove si mostra che l'espansione

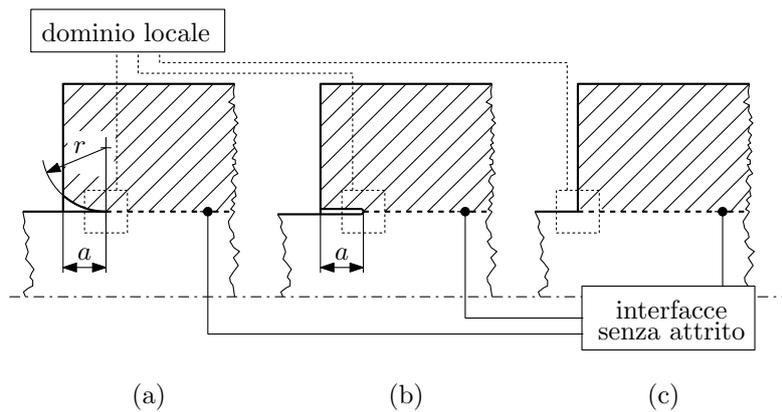


Figura 3. Problema base (a) e problemi ausiliari (b), (c)

alla Williams dello stato deformativo ad uno spigolo in un corpo a geometria assialsimmetrica caricato da sollecitazioni circonferenzialmente armoniche risulta analoga alla sua controparte in deformazione piana, essendo la deformazione circonferenziale finita per via del suo legame di proporzionalità con una variabile per sua natura finita, quale è lo spostamento radiale.

Nella modellazione utilizzata l'apice della cricca è posizionato in corrispondenza del punto di transizione del profilo di contatto al mozzo da rettilineo ad arrotondato; il posizionamento relativo di questi due punti è oggetto di discussione in [3] dove si mostra che tale scelta non è particolarmente critica.

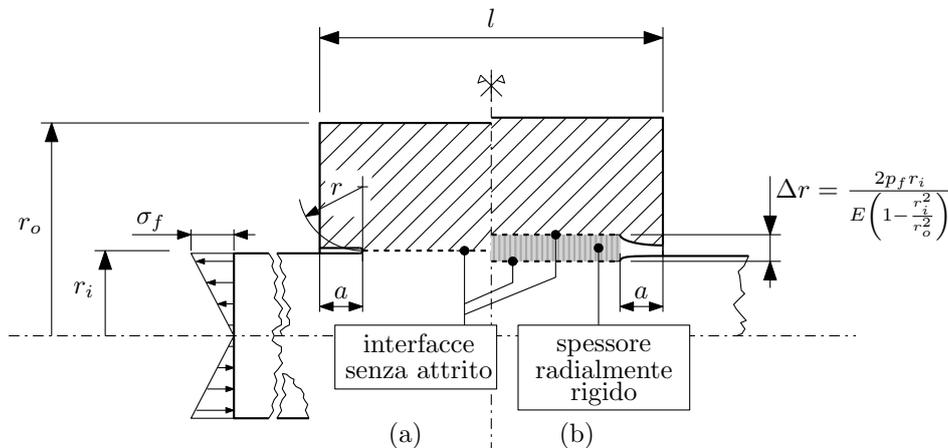


Figura 4. Problemi ausiliari in meccanica della frattura lineare elastica per i casi di a) sola coppia flettente e b) sola interferenza. Si nota il naturale disaccoppiamento geometrico tra il raggio di raccordo  $r$  e la quota  $a$  relativa al punto di transizione tra i tratti rettilineo e raccordato del profilo di contatto

Tale problema ausiliario risulta lineare rispetto alle sollecitazioni imposte e viene risolto per i carichi di a) puro momento flettente applicato all'albero e b) pura interferenza, mediante modellazione ad elementi finiti a geometria assialsimmetrica e campo di spostamenti rispettivamente a) assialsimmetrico e b) definito dal primo termine simmetrico di una serie di Fourier circonferenziale, utilizzando la formulazione descritta in [4].

Si è quindi generata una famiglia di modelli a rapporti dimensionali  $r_i/r_o$  e  $r_i/l$  variabili; l'andamento in sezione radial-assiale delle funzioni spostamento  $\bar{u}_{\{r,\theta,z\}}$  è definito mediante una mesh ad elementi quadrilateri isoparametrici bilineari con taglia pari a  $2.2 \cdot 10^{-5} r_i$  nell'intorno dello spigolo e progressivamente diradata nelle zone a più basso gradiente deformativo.

Si introduce in tali modelli FEM un grado di libertà ausiliario per ogni coppia di nodi di interfaccia tra albero e mozzo, e un set di vincoli cinematici interni (multipoint constraints) che imponga ai nodi del mozzo uno spostamento radiale pari alla somma dello spostamento radiale del corrispondente nodo

all'albero e della relativa incognita ausiliaria. Tali gradi di libertà ausiliari acquisiscono quindi la natura di spostamento radiale relativo tra coppie di nodi di albero e mozzo.

Nel caso di sollecitazione flessionale si introduce un ulteriore g.d.l. ausiliario per il controllo della rotazione dell'estremità libera (caricata da momento flettente) dell'albero e i necessari vincoli cinematici interni.

Gli spostamenti assiali e circonferenziali relativi tra le interfacce di albero e mozzo sono mantenuti liberi implementando la condizione di assenza di azioni tangenziali (attrito).

Al fine di procedere con la valutazione mediante *Crack Closure Technique* (CCT) dei fattori di intensificazione degli sforzi  $K_I$  al variare dell'ampiezza  $a$  della cricca per i due casi di sollecitazione sopra citati si opera una condensazione statica dei modelli sui gradi di libertà ausiliari sopra descritti.

La matrice così ottenuta definisce la correlazione lineare elastica tra spostamenti relativi e azioni radiali di interfaccia, aumentata dei contributi di rotazione e momento flettente al g.d.l. di controllo dell'estremità libera.

Tale matrice viene quindi incrementalmente invertita mediante una procedura di pivoting al fine di ottenere il legame lineare elastico tra le grandezze imposte i) spostamenti radiali ai nodi dell'interfaccia in contatto bilatero, ii) forze esterne (nulle) ai nodi dell'interfaccia in separazione, iii) rotazione in estremità d'albero (solo caso flessionale) e le grandezze derivate iv) reazioni vincolari interne ai nodi dell'interfaccia in contatto bilatero, v) spostamento relativo radiale ai nodi dell'interfaccia in separazione, vi) coppia flettente di reazione vincolare in estremità d'albero (solo caso flessionale).

In particolare, nel caso b) di interferenza imposta si impone ai nodi in contatto uno scostamento radiale

$$\Delta r = \frac{2p_f r_i}{E \left(1 - \frac{r_i^2}{r_o^2}\right)} \quad (2)$$

mentre nel caso a) di sollecitazione flessionale si impone agli stessi nodi uno scostamento radiale nullo e una rotazione imposta unitaria al terminale dell'albero; vedansi le Figg. 4a e 4b.

Al controllo sulla coppia flettente applicata si preferisce un controllo sulla rotazione di estremità imposta in quanto quest'ultimo vincolo non compie lavoro durante la fase di apertura progressiva della cricca; questa scelta permette una diretta correlazione tra la variazione di energia potenziale elastica del sistema e l'energia liberata alla frattura. I risultati ottenuti verranno quindi scalati per il rapporto tra la coppia flettente di reazione vincolare associata alla rotazione imposta e la coppia flettente di riferimento.

Sulla base delle osservazioni dimensionali riportate in [5] e sulla caratterizzazione della singolarità indotta dall'indentazione a spigolo vivo dell'ulteriore problema ausiliario di Fig. 3c si definiscono i fattori di intensificazione degli sforzi base per il caso di pura azione flettente a) e pura interferenza b).

$$K_{I\{\sigma_f, p_f\}}^* = \{\sigma_f, p_f\} a^{(1/2-0.226)} r_i^{0.226} \quad (3)$$

I risultati ottenuti mediante la procedura CCT possono quindi essere scalati per il termine dimensionale  $K_I^*$  appena introdotto, ottenendo i rapporti adimensionali  $f, g$  relativi rispettivamente a momento flettente e interferenza. Tali rapporti adimensionali risultano funzione del tipo di caricamento, di  $\nu$  e delle quote geometriche  $a/r_i, r_i/r_o, r_i/l$ .

Figura 5 mostra l'andamento di tali termini al variare dell'estensione adimensionalizzata di cricca  $a/r_i$  per ognuno dei casi testati; la ridotta variabilità in  $a/r_i$  del termine correttivo valida la scelta del termine dimensionale di riferimento come da Eqn. 3.

Le curve di Fig. 5 sono quindi dettagliate in forma di polinomi approssimanti di forma

$$f\left(\frac{a}{r_i}\right) \simeq A_0 + A_1 \left(\frac{a}{r_i}\right) + A_2 \left(\frac{a}{r_i}\right)^2; \quad g\left(\frac{a}{r_i}\right) \simeq B_0 + B_1 \left(\frac{a}{r_i}\right) + B_2 \left(\frac{a}{r_i}\right)^2 \quad (4)$$

i cui coefficienti  $A_i, B_i$  sono riportati in Tab. 1 e 2 per  $\nu = 0.3$  e per le geometrie campionate.

Tabella 1. Coefficienti da utilizzarsi entro Eqn. 4 per il caso di solo momento flettente applicato, Fig. 4a.

$\nu = 0.3$	$\frac{r_i}{l} = 0.125$	0.250	0.500	0.666	1.000	
$\frac{r_i}{r_o} = 0.3$	0.712	0.707	0.453	0.327	0.197	$A_0$
	-1.783	-1.816	-1.668	-1.495	-1.236	$A_1$
	5.965	5.913	4.684	4.244	3.782	$A_2$
	0.382	0.358	0.183	0.114	0.054	$P_m$
	0.134	0.139	0.219	0.251	0.278	$P_a$
0.4	0.697	0.684	0.451	0.327	0.197	$A_0$
	-1.765	-1.793	-1.664	-1.495	-1.236	$A_1$
	5.919	5.854	4.688	4.245	3.782	$A_2$
	0.417	0.384	0.184	0.114	0.054	$P_m$
	0.139	0.146	0.219	0.251	0.278	$P_a$
0.5	0.650	0.627	0.429	0.322	0.197	$A_0$
	-1.687	-1.707	-1.613	-1.481	-1.236	$A_1$
	5.848	5.742	4.722	4.260	3.782	$A_2$
	0.472	0.430	0.191	0.116	0.054	$P_m$
	0.152	0.162	0.224	0.252	0.278	$P_a$
0.6	0.558	0.528	0.362	0.291	0.194	$A_0$
	-1.490	-1.507	-1.436	-1.377	-1.220	$A_1$
	5.806	5.641	4.745	4.307	3.792	$A_2$
	0.545	0.489	0.208	0.122	0.055	$P_m$
	0.174	0.186	0.239	0.257	0.278	$P_a$
0.7	0.424	0.392	0.259	0.217	0.168	$A_0$
	-1.130	-1.153	-1.140	-1.116	-1.086	$A_1$
	5.838	5.587	4.606	4.266	3.771	$A_2$
	0.633	0.552	0.230	0.135	0.059	$P_m$
	0.205	0.217	0.259	0.271	0.282	$P_a$

Tabella 2. Coefficienti da utilizzarsi entro Eqn. 4 per il caso di sola interferenza imposta, Fig. 4b.

$\nu = 0.3$	$\frac{r_i}{l} = 0.125$	0.250	0.500	$0.66\bar{6}$	1.000	
$\frac{r_i}{r_o} = 0.3$	1.343	1.348	1.356	1.357	1.350	$B_0$
	0.168	0.144	0.081	0.020	-0.153	$B_1$
	-2.775	-3.024	-3.186	-3.028	-2.215	$B_2$
	1.753	1.752	1.749	1.748	1.749	$Q_m$
	-0.435	-0.436	-0.438	-0.440	-0.439	$Q_a$
0.4	1.330	1.331	1.351	1.353	1.344	$B_0$
	0.233	0.231	0.104	0.034	-0.131	$B_1$
	-2.173	-2.266	-2.926	-2.791	-1.888	$B_2$
	1.948	1.947	1.942	1.941	1.942	$Q_m$
	-0.433	-0.434	-0.439	-0.440	-0.439	$Q_a$
0.5	1.304	1.302	1.326	1.341	1.336	$B_0$
	0.376	0.386	0.254	0.101	-0.103	$B_1$
	-1.030	-0.991	-1.915	-2.223	-1.456	$B_2$
	2.240	2.240	2.233	2.229	2.230	$Q_m$
	-0.427	-0.426	-0.433	-0.437	-0.436	$Q_a$
0.6	1.258	1.257	1.265	1.293	1.317	$B_0$
	0.668	0.673	0.656	0.457	0.019	$B_1$
	1.096	1.129	0.686	-0.214	-0.536	$B_2$
	2.708	2.708	2.705	2.697	2.693	$Q_m$
	-0.417	-0.417	-0.420	-0.428	-0.432	$Q_a$
0.7	1.182	1.182	1.179	1.192	1.245	$B_0$
	1.258	1.262	1.294	1.254	0.768	$B_1$
	5.304	5.331	5.360	4.905	2.812	$B_2$
	3.519	3.519	3.518	3.512	3.502	$Q_m$
	-0.403	-0.403	-0.404	-0.410	-0.420	$Q_a$

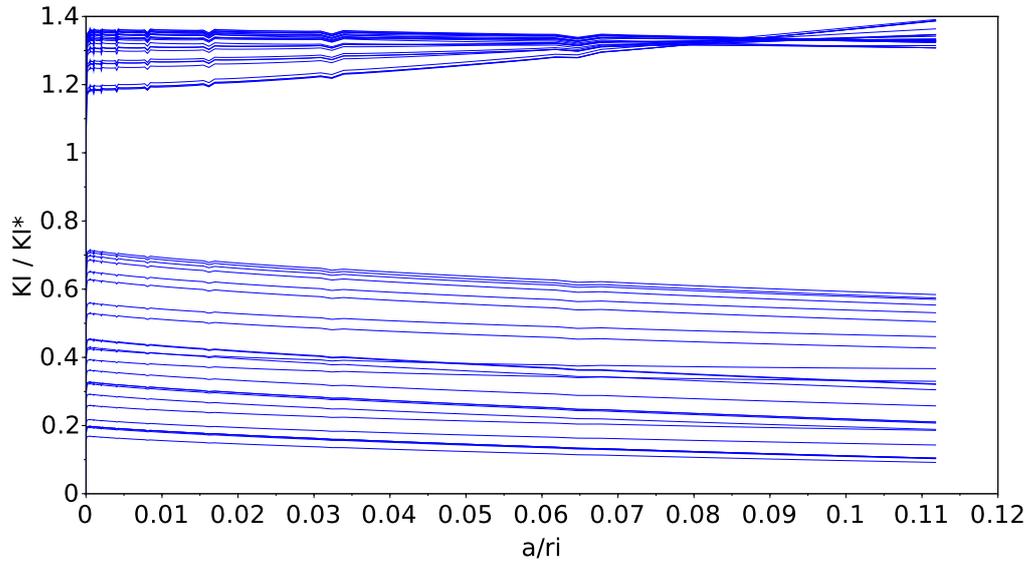


Figura 5. Andamento dei termini correttivi  $K_I/K_I^*$  al variare della estensione adimensionale del tratto in separazione per i vari casi di sollecitazione e geometria analizzati; tali curve si prestano ad essere dettagliate in forma di polinomi approssimanti come Eqn 4, Tabelle 1 e 2

Tali tabelle includono anche coefficienti

$$P_{\{a,m\}} = \frac{E}{\sigma_f} \bar{\epsilon}_{\theta\{a,m\}}; \quad Q_{\{a,m\}} = \frac{E}{p_f} \epsilon_{\theta\{a,m\}} \quad (5)$$

relativi ai valori di deformazione circonferenziale rilevati su albero e mozzo in corrispondenza dello spigolo vivo, caso  $a = 0$  secondo Fig. 4, ovvero caso di Fig. 3c, per i due caricamenti di pura interferenza e puro momento flettente applicato. In questo secondo caso  $\bar{\epsilon}_{\theta}$  è il valore modulante il termine circonferenzialmente cosinusoidale. Tale valore, pur rilevato puntualmente sul modello FEM, viene ritenuto in prima approssimazione rappresentativo per l'intero dominio del problema locale, indicativamente rappresentato nei tre casi di Fig. 3.

Per una data geometria è possibile scalare e comporre i fattori di intensificazione degli sforzi  $K_I$  relativi a interferenza e momento flettente, ottenendo un coefficiente cumulativo che, inserito nelle formule del Sackfield, permette di calcolare un primo contributo alle tensioni di contatto, relativo al problema supposto in deformazione piana. Tale fattore cumulativo è valutabile come

$$K_I = \left( p_f \cdot g \left( \frac{a}{r_i} \right) \pm \sigma_f \cdot f \left( \frac{a}{r_i} \right) \right) a^{(1/2-0.226)} r_i^{0.226} \quad (6)$$

ove  $f, g$  sono definite secondo le Eqns. 4. Il contributo di  $\sigma_f$  è da considerarsi additivo rispetto all'interferenza nella zona di contatto progressivo di Fig. 2, e sottrattivo nella zona di contatto regressivo.

Dall'Eqn. 6 si può inoltre ottenere una stima della condizione di incipiente distacco propria del modelli ausiliario 3b in corrispondenza della posizione circonferenziale  $\theta = \pi$ ; si utilizza qui l'ipotesi semplificativa  $a/r_i \simeq 0$  ottenendo

$$\left[ \frac{\sigma_f}{p_f} \right]_{\text{crit}} = \frac{g \left( \frac{a}{r_i} \right)}{f \left( \frac{a}{r_i} \right)} \simeq \frac{B_0}{A_0} \quad (7)$$

Tale condizione implica un annullamento del termine localmente dominante e la transizione della tensione di interfaccia da singolare compressiva a singolare trattiva.

La condizione di inizio separazione riportata in Eqn. 7 si correla con i risultati riportati in [6], Fig. 5, con uno scostamento relativo massimo dello 1.7% sulle geometrie esplorate nelle Tabelle 1 e 2.

Sulla base della formulazione proposta in [1] e già utilizzata in [7] si può ricavare il valore della pressione massima di contatto allo spigolo arrotondato dal coefficiente del termine singolare  $K_I$  come

$$p_{\max} = 0.580 \sqrt[3]{\frac{K_I^2}{r} \frac{E}{2(1-\nu^2)}} \quad (8)$$

Come riportato in [3], la tensione equivalente massima secondo von Mises in condizioni di deformazione piana risulta pari a  $0.524p_{\max}$ , con componenti

$$\sigma_a = -0.309 p_{\max} \quad (9)$$

$$\sigma_r = -0.725 p_{\max} \quad (10)$$

$$|\tau_{ra}| = 0.184 p_{\max} \quad (11)$$

$$\sigma_\theta = -0.310 p_{\max} \quad (12)$$

In analogia con la teoria hertziana del contatto, tale tensione equivalente massima è localizzata in un punto sottosuperficiale, nello specifico ad una profondità di  $0.757d$ .

Poiché inoltre la modellazione in forma di semipiano elastico alla Boussinesq caratterizza ambo i corpi a contatto nel problema locale, questo risulta simmetrico e la caratterizzazione tensionale secondo le Eqns. 9–12 è comune ad albero e mozzo.

Si nota inoltre che in ipotesi di deformazione piana – caratteristica del problema nella sua forma singolare – la componente circonferenziale di tensione ha natura compressiva, vedi Eqn. 12. Viene tuttavia verificato in [8] che nel caso di pura interferenza la tensione circonferenziale al mozzo risulta sì compressiva per piccoli raggi di raccordo, ma acquisisce natura trattiva per raggi di raccordo  $r$  sufficientemente grandi.

Introducendo un raggio di raccordo finito all'interfaccia di contatto lo stato deformativo entro sezione radial-assiale perde la sua natura singolare, e l'influenza della deformazione circonferenziale sullo stato tensionale risulta non più a priori trascurabile.

In particolare, occorre sovrapporre alla modellazione locale in deformazione piana uno stato uniassiale trattivo fuori piano con deformazioni localmente costanti e differenziate tra albero e mozzo.

Sebbene la natura progressiva del contatto precluda usualmente l'applicabilità del principio di sovrapposizione degli effetti, nel caso in esame l'area di contatto allo spigolo non risulta variata in maniera significativa dall'elongazione circonferenziale; i corpi scalano infatti in forma localmente autosimilare e per solo effetto Poisson.

Una volta giustificato l'assunto secondo il quale l'elongazione circonferenziale non varia il profilo di pressione di contatto, risulta opportuno correggere la tensione ideale ottenuta in [3] per il caso di deformazione piana aggiungendo alla componente circonferenziale di tensione uno stato tensionale uniassiale correttivo definito secondo la

$$E\epsilon_{\theta\{a,m\}} = \sigma_f P_{\{a,m\}} + p_f Q_{\{a,m\}} \quad (13)$$

differenziato tra albero e mozzo.

Si ottiene quindi una tensione equivalente secondo von Mises

$$\sigma_{eq} = \sqrt{\sigma_a^2 + \sigma_r^2 + (\sigma_\theta + E\epsilon_\theta)^2 - \sigma_a\sigma_r - \sigma_r(\sigma_\theta + E\epsilon_\theta) - (\sigma_\theta + E\epsilon_\theta)\sigma_a + 3\tau_{ra}^2} \quad (14)$$

$$= \sqrt{(E\epsilon_\theta)^2 + 0.274 p_{max}^2 + 0.414 E\epsilon_\theta p_{max}} \quad (15)$$

che può essere utilizzata per caratterizzare la criticità dello stato tensionale sottosuperficiale ai corpi di contatto. Si assume in questo caso che la posizione del punto a cui si rileva la massima tensione equivalente secondo von Mises non vari con la sovrapposizione dello stato uniassiale circonferenziale, ovvero che lo scostamento sia ridotto tra l'effettivo valore massimo e il valore predetto dall'Eqn. 15.

### 3. RISULTATI

Le stime di pressione di contatto e tensione equivalente massime al mozzo sono in questa sezione confrontate con i risultati di una simulazione ad elementi finiti nonlineare convenzionale – si modella qui il contatto unilatero progressivo su spigolo arrotondato – svolta con software MSC.Marc 2013.1<sup>®</sup>. Tali simulazioni sono computazionalmente molto più onerose di quelle utilizzate per la determinazione dei valori numerici riportati nelle Tabelle 1 e 2.

Si considera in particolare una famiglia di casi test dati dalla combinazione dei rapporti geometrici utilizzati nelle suddette tabelle, dei valori di interferenza diametrale  $2\Delta r/r_i$  pari a 0.00005, 0.0001, 0.001, 0.01, 0.03 e 0.05, e di 12 livelli di momento flettente applicato linearmente distribuiti tra il valore nullo e la condizione di incipiente distacco. Fig. 6 raccoglie i risultati in termini di errore relativo su tensione equivalente e pressione di contatto massima allo spigolo arrotondato per i casi test in cui l'estensione progressiva del contatto i) coinvolge almeno dieci elementi finiti e ii) rimane inferiore ad  $a/10$ . La condizione i) garantisce la significatività del dato numerico, mentre la condizione ii) assicura la necessaria separazione di scala dimensionale tra i problemi locale e globale.

Fig. 6a riporta in particolare i risultati relativi alla sezione circonferenziale  $\theta = \pi$  in cui la pressione di contatto è circonferenzialmente massima per via dell'effetto sovrasollecitante del momento flettente, mentre Fig. 6b affianca a questi i dati campionati alla sezione  $\theta = 0$  a cui avviene il distacco.

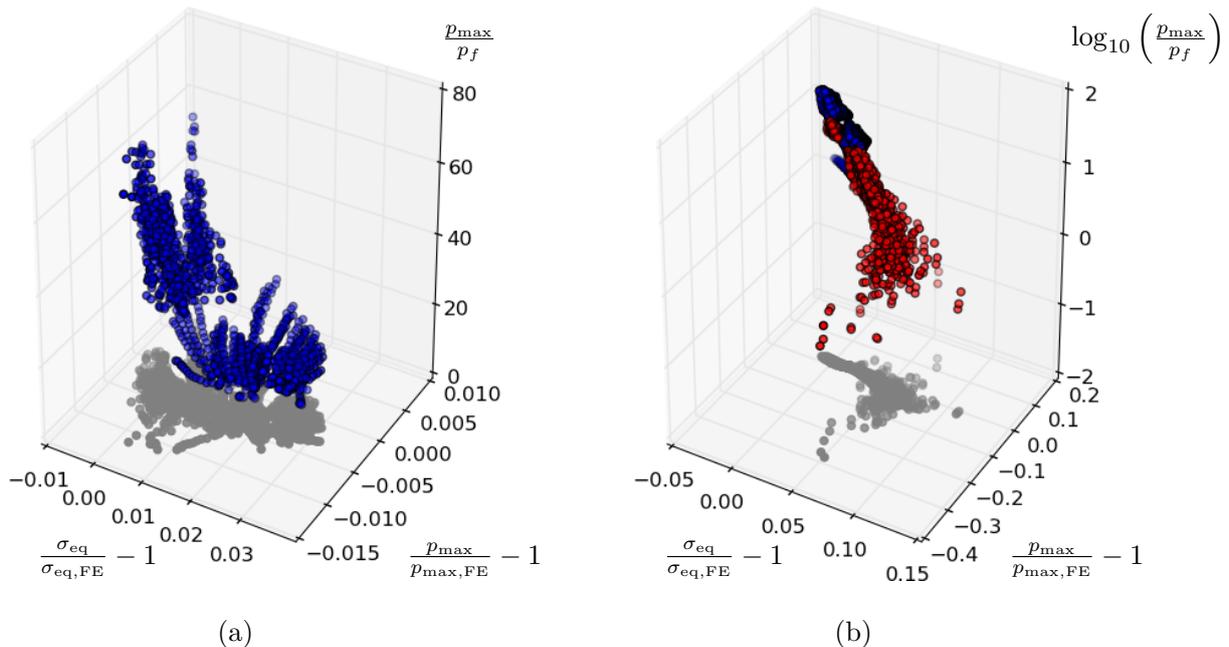


Figura 6. Valori di errore relativo rilevato sulla famiglia di casi test, correlati con il rapporto  $p_{max}/p_f$  utilizzato come indice del livello di sollecitazione locale al bordo. In a) sono riportati i soli dati relativi alla sezione circonferenziale di bordo  $\theta = \pi$  sovraccaricata dal momento flettente, mentre in b) si affiancano a questi i dati relativi alla sezione  $\theta = 0$  in scaricamento (punti in rosso)

Si nota che l'errore relativo sui valori massimi circonferenziali di stato tensionale è ridotto a pochi punti percentuali sia in termini di pressione di contatto, sia in termini di tensione equivalente sottosuperficiale; l'errore relativo cresce tuttavia al calare del livello di sollecitazione dello spigolo, evidenziando una scarsa predittività del metodo nel caso il valore di picco previsto per la pressione di contatto allo spigolo risulti comparabile – o si riveli perfino inferiore – al valore di pressione media di forzamento. In tali condizioni, tuttavia, lo stesso stato tensionale locale si rivela scarsamente significativo per la caratterizzazione strutturale del componente.

#### 4. CONCLUSIONI

Si è presentato un metodo di razionalizzazione su base analitica dei risultati numericamente ottenibili per lo stato tensionale al contatto progressivo/regressivo in corrispondenza dello spigolo arrotondato di un collegamento albero-mozzo soggetto a interferenza e momento flettente, nel caso preliminare di assenza di attrito.

Tale metodo di razionalizzazione permette di caratterizzare sulla base di un ridotto numero di coefficienti tabulati il picco tensionale locale allo spigolo. L'errore associato al metodo risulta particolarmente limitato nel caso la sovrasollecitazione indotta dai fenomeni di bordo si riveli significativa.

#### BIBLIOGRAFIA

- [1] A. Sackfield, A. Mugadu, J. Barber, D. Hills, "The application of asymptotic solutions to characterising the process zone in almost complete frictionless contacts," *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 51, 1333–1346 (2003).
- [2] Z. Yosibash, B. Szabó, "The solution of axisymmetric problems near singular points and computation of stress intensity factors," *Finite elements in analysis and design*, 19, 115–129 (1995).
- [3] A. Strozzi, E. Bertocchi, A. Baldini, M. Giacomini, "On the applicability of the Boussinesq influence function in modelling the frictionless elastic contact between a rectangular indenter with rounded edges and a half-plane," *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science*, 229, 987–1001 (2015).
- [4] E. L. Wilson, "Structural analysis of axisymmetric solids," *AIAA Journal*, 2269–2274 (1965).
- [5] J.-B. Leblond, P. Mouro, "Crack propagation from a preexisting flaw at a notch root," *Comptes Rendus de l'Académie des Sciences-Series IIB-Mechanics-Physics-Astronomy*, 327, 581–587 (1999).
- [6] A. Strozzi, E. Bertocchi, A. Baldini, S. Mantovani, "Normalization of the stress concentrations at the rounded edges of an interference fit between a solid shaft subjected to bending and a hub," *Mechanics Based Design of Structures and Machines* (2016), doi:10.1080/15397734.2015.1086274.
- [7] A. Strozzi, E. Bertocchi, S. Mantovani, M. Giacomini, A. Baldini, "Analytical evaluation of the peak contact pressure in a rectangular elastomeric seal with rounded edges," *The Journal of Strain Analysis for Engineering Design*, 51, 304–317 (2016).
- [8] A. Strozzi, A. Baldini, M. Giacomini, E. Bertocchi, L. Bertocchi, "Normalization of the stress concentrations at the rounded edges of a shaft–hub interference fit," *The Journal of Strain Analysis for Engineering Design*, 46, 478–491 (2011).